I. Fonctions linéaires :

Définition 1

Soit a un nombre.
La fonction f définie par $f : x \longmapsto ax$ est appelée fonction linéaire de coefficient a.

Exemple 1 :

La fonction linéaire de coefficient 3 est la fonction qui à un nombre associe son triple. Donner l'expression de la fonction f et compléter le tableau ci-dessous.

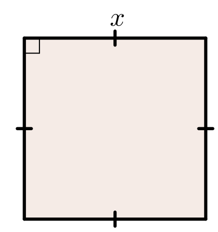
x	-5	-2	0	1	4
$f(x)$	-15	-6	0	3	12

L'expression de cette fonction est $f(x) = 3x$ (ou $f : x \longmapsto 3x$)

À toute situation de proportionnalité, on peut associer une fonction linéaire et réciproquement. On dit que cette fonction linéaire modélise la situation de proportionnalité.

Exemple 2 :

Un carré a pour côté x cm. Quel est son périmètre ? Son périmètre vaut $4x$ cm



Cette situation est modélisée par la fonction linéaire p définie par :$p(x) = 4x$

Que signifie $p(3)$? p(3) est le périmètre d'un carré de côté 3 cm.

Quelle est l'image de -1 par la fonction p et quel est son sens ici ?

$p(-1)$=-4. Autrement dit, un carré de longueur de côté -1 cm a un périmètre de -4 cm. Mais cela n'a aucun sens car une longueur n'est jamais négative.

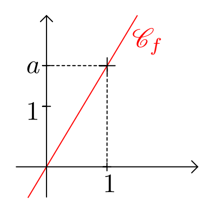
II. Représentation graphique d'une fonction linéraire :

Définition 2

Soient a un nombre, f la fonction linéaire de coefficient a et $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique.

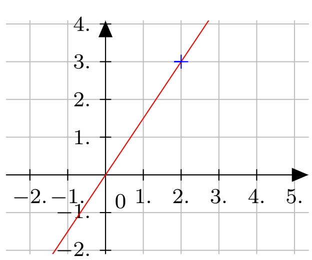
1) $\mathscr{C}_f$ est la droite passant par les points de coordonnées (0 ;0) et (1 ;a)

2) $\mathscr{C}_f$ est l'ensemble des points de coordonnées $(x; ax)$



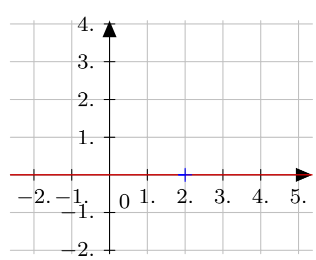
Vocabulaire :

Lorsque $a > 0$



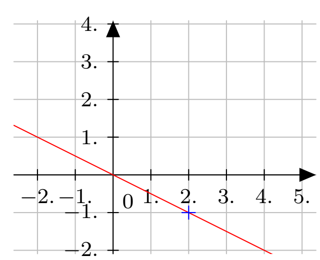
$f(x) = ax$ et $f(2) = 3$
donc $3 = 2a$
Ainsi $f(x) = 1.5x$

Lorsque $a = 0$



Ici $f(x) = 0$

Lorsque $a < 0$



$f(x) = ax$ et $f(2) = -1$
donc $-1 = 2a$
Ainsi $f(x) = 0.5x$

III. Proportionnalité, pourcentages et fonctions linéaires :

Proposition 1

Soit k un nombre.

1) Augment un nombre de k% revient à le multiplier par $1+\frac{k}{100}$

2) Réduire un nombre de k% revient à le multiplier par $1-\frac{k}{100}$

Démonstration : Soient x et k des nombres.

1) Augmenter un nombre x de k% revient à effectuer le calcul suivant : $x+\frac{k}{100}\times x = x\times 1+\frac{k}{100}\times x = x\times(1+\frac{k}{100})$
Autrement dit, augmenter un nombre de k% revient à le multiplier par $1+\frac{k}{100}$.

2) Réduire un nombre x de k% revient à effectuer le calcul suivant : $x-\frac{k}{100}\times x = x\times 1-\frac{k}{100}\times x = x\times(1-\frac{k}{100})$
Autrement dit, réduire un nombre de k% revient à le multiplier par $1-\frac{k}{100}$.

■

Exemples :

Un abonnement à 60 euros augmente de 2.5%. Le nouveau montant est :

Augmenter 60 euros de 2.5% revient à mulitplier 60 par $1+\frac{2.5}{100}=1.025$
D'où le nouveau prix : $60\times(1+\frac{2.5}{100}) = 60\times 1.025 = 61.5$ euros

Un article coûtait 150 euros. Après une réduction de 60%, il est vendu :

Réduire un prix de 60% revient à le multiplier par $1-\frac{60}{100}=0.40$
D'où le nouveau prix : $150\times(1-\frac{40}{100}) = 150\times 0.40 = 60$ euros