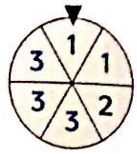
1 Notion de probabilité

a Issues, événements, arbres

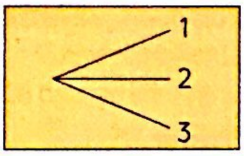


• **Une expérience** est dite **aléatoire** lorsqu'elle a plusieurs résultats ou **issues** possibles et que l'on ne peut pas prévoir avec certitude quel résultat se produira.

Exemple : on tourne la roue bien équilibrée ci-contre et on relève le numéro du secteur qui s'arrête en face du repère.

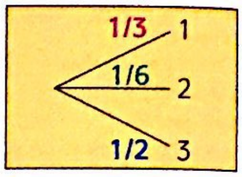
Arbre des possibles

Trois issues sont possibles :



Arbre pondéré par les probabilités

2 secteurs sur 6 portent le numéro 1, donc il y a **2 chances sur 6** d'obtenir le 1.
On dit que **la probabilité de sortie du 1** est $\frac{2}{6}$ soit $\frac{1}{3}$. La probabilité de sortie du 2 est $\frac{1}{6}$ et celle de sortie du 3 est $\frac{3}{6}$ soit $\frac{1}{2}$.



De façon générale :
• la probabilité d'une issue est **un nombre compris entre 0 et 1** ;
• **la somme des probabilités des issues** d'une expérience aléatoire **est égale à 1**.

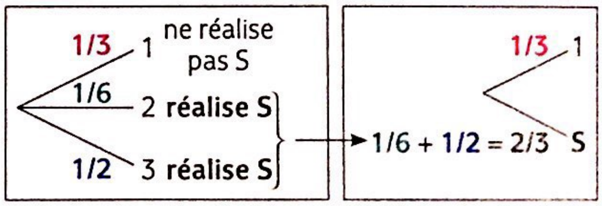
• **Un événement** est constitué par des issues d'une expérience aléatoire ; on dit qu'une de ces issues **réalise l'événement**.

PROPRIÉTÉ

Avec un arbre, la probabilité d'un événement est **la somme** des probabilités écrites sur les branches **conduisant aux issues qui réalisent l'événement**.

Exemple : la roue de loterie ci-dessus.
S est l'événement « sortie d'un nombre supérieur ou égal à 2 » ; il est réalisé par la sortie de 2 ou 3.
Donc la probabilité de S, notée $p(S)$, est :

$$p(S) = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}.$$



• Tout événement A a une probabilité comprise entre 0 et 1 : $\mathbf{0 \leqslant p(A) \leqslant 1}$.
• Un événement est dit **impossible** s'il ne peut pas se produire ; sa probabilité est égale à 0.
• Un événement est dit **certain** s'il se produit nécessairement ; sa probabilité est égale à 1.

b Fréquences et probabilités

Lorsqu'on répète un **grand nombre de fois** une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un événement devient proche de **sa probabilité**.

Exemple : au jeu de pile ou face, l'événement P : « sortie de Pile » a pour probabilité 0,5.
Ainsi, si l'on réalise 1 000 lancers d'une pièce équilibrée, **on n'obtiendra pas forcément** 500 fois Pile, mais la fréquence d'apparition de Pile sera **proche** de 0,5.

2 Événements incompatibles. Événements contraires

DÉFINITION

Deux événements sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps.

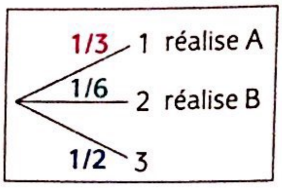
PROPRIÉTÉ

Lorsque deux événements sont incompatibles, la probabilité pour que **l'un ou l'autre** se réalise est égale à **la somme de leurs probabilités**.

Le paragraphe 2 est conforme au document d'accompagnement Probabilités.

Exemple : la roue de loterie du paragraphe **1**.
Les événements A : « sortie du 1 » et B : « sortie d'un nombre pair » sont incompatibles. La probabilité de la sortie du 1 **ou** d'un nombre pair est :

$$p(A) + p(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}.$$



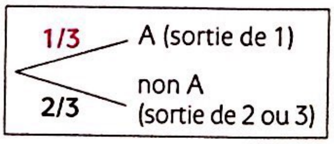
DÉFINITION

L'**événement contraire** d'un événement A est celui qui se réalise lorsque A ne se réalise pas.
On le note **non A**.

PROPRIÉTÉ

La somme des probabilités d'un événement A et de son contraire est 1 : $p(A) + p(\text{non } A) = 1$.

Exemple : la roue de loterie du paragraphe **1**.
Le contraire de l'événement A : « sortie de 1 » est l'événement non A : « sortie d'un numéro autre que 1 ». Sa probabilité est :
$p(\text{non } A) = 1 - p(A)$ c'est-à-dire $p(\text{non } A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.



3 Expériences aléatoires à deux épreuves : exemple

Vocabulaire : sur l'arbre des possibles d'une expérience aléatoire à deux épreuves, une succession de deux branches est appelée **un chemin**.

PROPRIÉTÉ

Avec un arbre, la probabilité de l'issue auquel conduit un chemin est égale **au produit des probabilités** rencontrées le long de ce chemin.

Exemple
On joue **d'abord** à Pile (P) ou Face (F) avec une pièce bien équilibrée ; **ensuite**, on fait tourner la roue de loterie du paragraphe **1**.
L'issue : « la pièce a donné Pile et la roue s'est arrêtée sur 2 » est notée **(P ; 2)**.

La probabilité de l'issue **(P ; 2)** est égale au produit $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$ c'est-à-dire $\frac{1}{12}$.