I. Division euclidienne :

Définition 1

Soient a et b deux nombres positifs avec également $b \neq 0$.
Effectuer la division euclidienne du nombre a par le nombre b revient à déterminer deux autres nombres r et q tels que : $a = b \times q + r$ avec $0 \leq r < q$

Illustration et exemple :

$$\begin{array}{c|c} a & b \\ \hline \vdots & q \\ r & \end{array}$$

a : *Dividende*
b : *Diviseur*
q : *Quotient*
r : *Reste*

$$\begin{array}{r|c} 149 & 7 \\ \hline -14\,: & \\ \hline 09 & 21 \\ -7 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

$$a = b \times q + r \text{ avec } 0 \leq r < b$$

$$149 = 21 \times 7 + 2$$

II. Multiples et diviseurs :

Définition 2

Soient a et b deux nombres non nuls.
*1) b est un **diviseur** de a lorsque lorsque le reste de la division euclidienne de a par b vaut 0.*
*2) a est un **multiple** de b lorsque b est un diviseur de a.*

Exemples :
- 7 divise 21 mais 21 ne divise pas 7.
- 13 est un diviseur de 26 et 26 est un multiple de 13.
- a est un multiple de b signifie que a est dans la table de b.
- 149 n'est pas divisible par 7 car le reste de la division euclidienne de 149 par 7 vaut $2 \neq 0$

Remarques :
- Lorsque b est un diviseur de a on dit également que b divise a ou encore que a est divisible par b.
- 0 ne divise aucun nombre.
- a est un multiple de b signifie que a est dans la table de b.
- 0 est divisible par tous les nombres car 0 est multiple de tous les nombres.

III. Critères de divisibilité :

Définition 3

Un critère de divisibilité est une règle permettant de savoir si un nombre est divisible ou pas par un autre nombre.

Proposition 1 (*Critère pour 2 ; 5 et 10*)

1) Un nombre est divisible par 2 si et seulement si son chiffre des unités est : 0 ;2 ;4 ;6 ou 8.
2) Un nombre est divisible par 5 si et seulement si son chiffre des unités est : 0 ou 5.
3) Un nombre est divisible par 10 si et seulement si son chiffre des unités est : 0.

Exemples :
- 156 est divisible par 2.
- 140 est divisible par 2 ; par 5 et par 10.
- 147 n'est divisible ni par 2 ; ni par 5 ; ni par 10.

Proposition 2 (*Critère pour 3 et 9*)

1) Un nombre est divisible par 3 si et seulement si la somme de ses chiffres est dans la table de 3.
2) Un nombre est divisible par 9 si et seulement si la somme de ses chiffres est dans la table de 9.

Exemples :
- 156 est divisible par 2.
- 111 est divisible par 3 mais pas par 9 car $1 + 1 + 1 = 3$
- 144 990 est divisible par 3 et par 9 car $1 + 4 + 4 + 9 + 9 = 27$
- 923 n'est divisible ni par 3 ; ni par 9 car $9 + 2 + 3 = 14$

Remarque : *Tous les nombres divisibles par 9 sont divisibles par 3 mais tous les nombres divisibles par 3 ne sont pas forcément divisibles par 9 car tous les nombres de la table de 9 sont dans la table de 3 mais tous les nombres de la table de 3 ne sont pas dans la table de 9. Cette remarque s'étend également à d'autres nombres comme 4 et 2 etc.*

IV. Division décimale :

Définition 4

Soient a et b deux nombres positifs avec $b \neq 0$.
La division décimale du nombre a par le nombre b est l'opération qui permet d'obtenir le nombre par lequel il faut multiplier b pour obtenir a. Ce nombre est appelé le quotient de a par b.
Autrement dit $a \div b = \square$ signifie que $b \times \square = a$. Le nombre $\square$ étant le quotient de a par b.

Exemple : $12.6 \div 3 = 4.2$ signifie que $3 \times 4.2 = 12.6$ et 4.2 est le quotient de la division de 12.6 par 3.

Proposition 3

1) Lorsque le reste d'une division décimale vaut 0 on obtient la valeur exacte du quotient.
2) Lorsque le reste d'une division décimale ne vaut pas 0 on obtient une valeur approchée du quotient.

Exemples :

$$\begin{array}{r|l} 34.5 & 5 \\ \cline{2-2} -\underline{30} & 6.9 \\ 45 & \\ -\ \underline{45} & \\ 0 & \end{array}$$

$5 \times 6.9 = 34.5$

$$\begin{array}{r|l} 14.9 & 6 \\ \cline{2-2} -\underline{12}: & 2.4 \\ 29 & \\ -\ \underline{24} & \\ 5 \neq 0 & \end{array}$$

$6 \times 2.4 \approx 14.9$