Calculatrice autorisée.
Ce sujet comporte 3 pages.
Conserver le sujet à la fin de l'épreuve.
La justification des réponses fait partie du barème.
Toute démarche, même incomplète, sera valorisée.
Un élève ne peut quitter la salle avant la fin de l'épreuve.

♦ **Exercice 1** : *(20 points)*
Les cinq questions suivantes sont indépendantes. (Justifier les réponses)

1. Donner l'écriture scientifique du nombre 731.4×10^{31}

2. Donner la forme factorisée de l'expression $4x^2 - 7x$

3. Donner un encadrement entre deux entiers consécutifs du nombre $\sqrt{40}$

4. Le nombre -5 est-il solution de l'équation $4x - 5 = 2x + 5$?

5. Le triangle ABC tel que $AB = 4.5\ cm$; $AC = 6\ cm$ et $BC = 7.5\ cm$ est rectangle en A ?

♦ **Exercice 2** : *(12 points)*
Sur l'île de Madagascar, un scientifique mène une étude sur les tortues vertes. La tortue verte a pour nom scientifique : « Chelonia Mydas ».
La carapace mesure en moyenne 115 cm et l'animal pèse entre 80 et 130 kg. Elle est classée comme espèce « En Danger».
Afin de surveiller la bonne santé des tortues, elles sont régulièrement pesées. Voici les données relevées par ce scientifique en mai 2021.

Identification	A-001	A-002	A-003	A-004	A-005	A-006	A-007
Sexe de la tortue	Mâle	Femelle	Femelle	Femelle	Mâle	Femelle	Femelle
Masse (en kg)	113	96	125	87	117	104	101

1. Calculer la masse moyenne de ces tortues (arrondi à l'unité). Interpréter le résultat.

2. Déterminer la médiane de cette série statistique. Interpréter le résultat.

3. Est-il vrai que les mâles représentent moins de 20% de cet échantillon ?

♦ **Exercice 3** : *(16 points)*
Une classe de 3*eme* est constituée de 25 élèves.
Certains sont externes, les autres sont demi-pensionnaires.
Le tableau ci-dessous donne la composition de la classe.

	Garçon	Fille	Total
Externe	...	3	...
Demi-pensionnaire	9	11	...
Total	...	...	25

1. Recopier et compléter le tableau.

2. On choisit au hasard un élève de cette classe.

2.a Quelle est la probabilité pour que cet élève soit une fille ?

2.b Quelle est la probabilité pour que cet élève soit externe ?

3. Réaliser un diagramme circulaire représentant les "Externes" et les "Demi-pensionnaires". Choisir un cercle de rayon 3 cm.

♦ **Exercice 4** : *(21 points)*
Voici deux programmes de calcul.

Programme P_1	*Programme P_2*
• Choisir un nombre • Multiplier par 3 • Ajouter 4	• Choisir un nombre • Multiplier par 7 • Soustraire 8

1. On considère le programme P_1.

1.a Montrer qu'en choisissant 2 comme nombre de départ on obtient 10.

1.b Quel nombre obtient-on en choisissant -3 comme nombre de départ ?

1.c Quel résultat obtient-on en en choisissant $\frac{2}{7}$ comme nombre de départ ?

2. On note x le nombre choisi au départ.

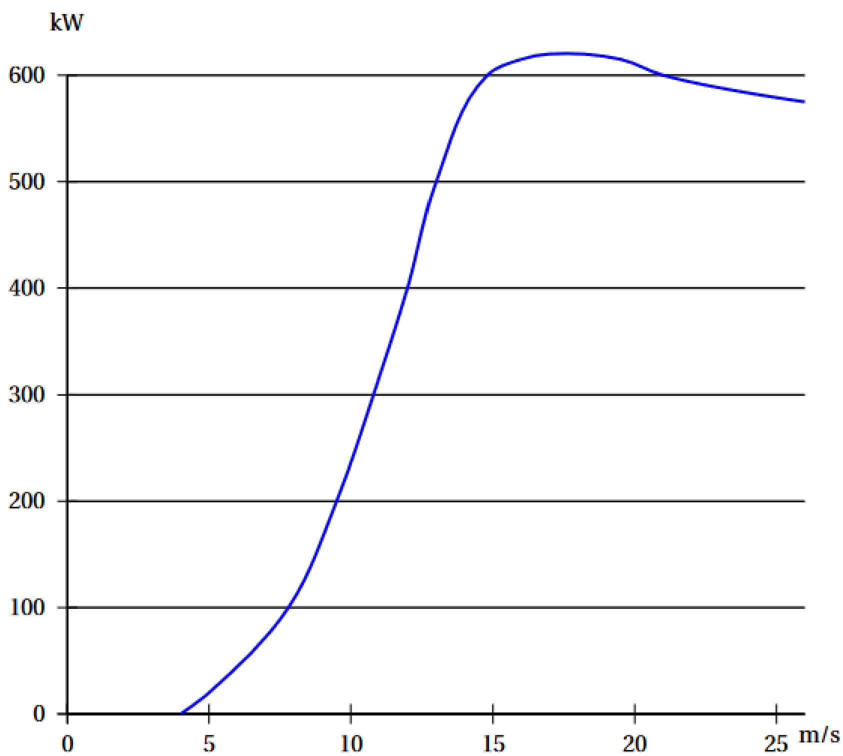
2.a Exprimer le résultat du programme P_1 en fonction de x.

2.b Exprimer le résultat du programme P_2 en fonction de x.

3. Notons $\mathcal{R}$ la somme des résultats des programmes P_1 et P_2. Exprimer $\mathcal{R}$, en fonction de x, sous sa forme développée et réduite.

4. Quel nombre doit être choisi au départ pour que les deux programmes donnent le même résultat ?

♦ **Exercice 5** : *(16 points)*
La puissance fournie par l'éolienne dépend de la vitesse du vent.
Lorsque la vitesse du vent est trop faible, l'éolienne ne fonctionne pas.
Lorsque la vitesse du vent est trop importante, par sécurité, on arrête volontairement son fonctionnement.
Pour le modèle choisi par la commune, on a tracé la courbe représentant la puissance fournie, en kW, en fonction de la vitesse du vent en m/s.



1. Utiliser ce graphique pour répondre aux questions suivantes :

1.a Quelle vitesse le vent doit-il atteindre pour que l'éolienne fonctionne ?

1.b Indiquer une vitesse du vent pour laquelle la puissance de l'éolienne est au moins de 200 kW.

1.c La puissance fournie par cette éolienne est-elle proportionnelle à la vitesse du vent ? Justifier la réponse.

2. On arrête l'éolienne lorsque le vent souffle à plus de 25 m/s. Exprimer cette vitesse en km/h.

♦ **Exercice 6** : *Un problème, (15 points)*
Les deux parties du problème sont indépendantes.
Les figures ci-dessous ne sont pas en vraie grandeur.
On sait que :

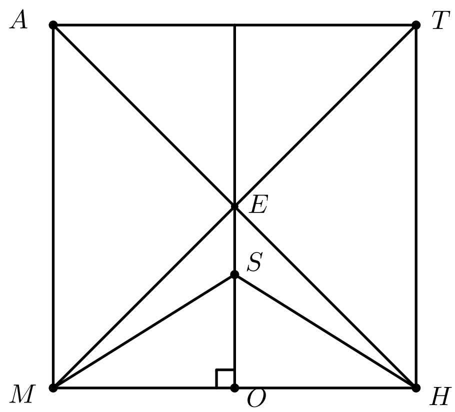
- $MATH$ est un carré de centre E et de 12 cm de côté.
- O est le milieu du segment $[MH]$.
- S appartient à $[EO]$ et $SO = 4$ cm.
- Les droites (EO) et (MH) sont perpendiculaires.

Partie A

1. Faire la figure en vraie grandeur.

2.a Déterminer l'aire du triangle MEH.
2.b Déterminer l'aire du triangle MSH.
2.c En déduire l'aire du quadrilatère $EMSH$.

3.a Calculer la distance exacte de SM
3.b En déduire que la valeur exacte du périmètre du triangle MSH est de $12 + 2\sqrt{52}$



Partie B

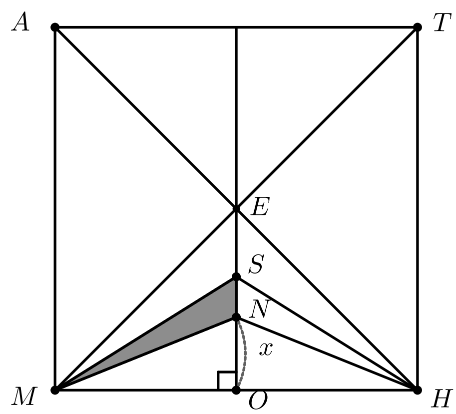
Soit N un point du segment $[SO]$.
On pose $NO = x$ (exprimé en centimètres).
On note $\mathcal{A}_1$ l'aire du triangle MNO et $\mathcal{A}_2$ l'aire du triangle MSN (exprimées en cm^2).

1. Montrer que $\mathcal{A}_1 = 3x$.

2. Exprimer SN en fonction de x.

3. Montrer que $\mathcal{A}_2 = 3(4 - x)$ (On pourra remarquer que $[MO]$ est une hauteur du triangle MSN)

4.a Pour quelle valeur de x a-t-on $\mathcal{A}_1 = 3\mathcal{A}_2$.
4.b Interpréter ce résultat par rapport à la situation proposée.



♦ **Exercice 1** :

1. $731.4 \times 10^{31} = 7.31 \times 10^2 \times 10^{31} = \boxed{7.31 \times 10^{33}}$

2. $4x^2 - 7x = 4x \times x - 7 \times x = \boxed{x \times (4x - 7)}$

3. $36 < 40 < 49$ donc $\sqrt{36} < \sqrt{40} < \sqrt{49}$ i.e. $\boxed{6 < \sqrt{40} < 7}$

4. D'une part $4 \times (-5) - 5 = -25$ et d'autre part $2 \times (-5) + 5 = -5$.
Puisque $-25 \neq -5$, le nombre -5 n'est pas solution de l'équation proposée.

5. D'une part $AB^2 + AC^2 = 4.5^2 + 6^2 = 56.25$ et d'autre part $BC^2 = 7.5^2 = 56.25$. Ainsi, $AB^2 + AC^2 = BC^2$, d'après le théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

♦ **Exercice 2** :

1. Moyenne$= \frac{113+96+125+87+117+104+101}{7} = \frac{743}{7} \approx \boxed{106\ kg}$.

Une interprétation possible : "C'est comme si toutes les tortues pesaient environ 106 kg"

2. $87; 96; 101; \boxed{104}; 113; 117; 125$. La médiane de cette série vaut 104 kg.

Une interprétation possible : "50% des tortues pèsent moins de 106 kg et 50% des tortues pèsent plus de 106 kg"

3. Il y a 2 mâles. De plus, $\frac{2}{7} \times 100 \approx 29 > 20$. L'affirmation est fausse.

♦ **Exercice 3** :

1.

	Garçon	Fille	Total
Externe	**2**	3	**5**
Demi-pensionnaire	9	11	**20**
Total	**11**	**14**	25

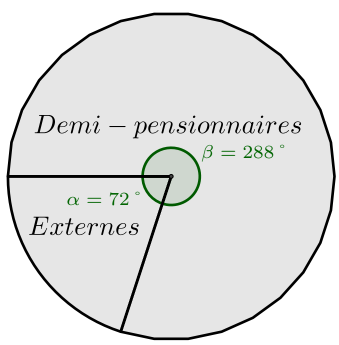
2.a Il y a 14 filles pour un total de 25 élèves d'où une probabilité de $\boxed{\frac{14}{25} = 0.56}$.

2.b Il y a 5 externes pour un total de 25 élèves d'où une probabilité de $\boxed{\frac{5}{25} = \frac{1}{5} = 0.2}$.

3. Par exemple, on peut réaliser le tableau de proportionnalité suivant dont le coefficient permettant de passer de la première à la deuxième ligne est 14.4, ce qui au final donne :

	Externes	Demi-pensionnaires	Total
Effectifs	5	20	25
Angles (en °)	**72**	**288**	360

D'où :



♦ **Exercice 4** :

1.a 2
$2 \times 3 = 6$
$6 + 4 = \boxed{10}$

1.b -3
$-3 \times 3 = -9$
$-9 + 4 = \boxed{-5}$

1.c $\frac{2}{7}$
$3 \times \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$
$\frac{6}{7} + 4 = \frac{6}{7} + \frac{28}{7} = \boxed{\frac{34}{7}}$

2.a x
$x \times 3 = 3x$
$3x + 4 =$

Ainsi, $\boxed{P_1 = 3x + 4}$

2.b x
$7 \times 3 = 7x$
$7x - 8 =$

Ainsi, $\boxed{P_2 = 7x - 8}$

3. $\mathcal{R} = P_1 + P_2 = 3x + 4 + 7x - 8 = \boxed{10x - 4}$

4. Il s'agit de résoudre l'équation $P_1 = P_2$. Ce qui donne :

$$P_1 = P_2$$
$$3x + 4 = 7x - 8$$
$$-4x = -12$$
$$x = \frac{12}{4}$$
$$\boxed{x = 3}$$

♦ **Exercice 5** :

1.a D'après le graphique, le vent doit atteindre $\boxed{\text{environ } 4\ m/s}$ pour que l'éolienne fonctionne.

1.b Par exemple pour $\boxed{15\ m/s}$.

1.c $\boxed{\text{Non, il n'y a pas proportionnalité entre la puissance de l'éolienne et la vitesse du vent}}$ car la courbe proposée n'est pas une droite passant par l'origine du repère.

2.

$25\ m$	$\longrightarrow$	$1\ s$
$25 \times 3600 = 90\ 000\ m$	$\longrightarrow$	$3600\ s = 1\ h$
$90\ 000\ m = 90\ km$	$\longrightarrow$	$1\ h$

Ainsi, $25\ m/s = \boxed{90\ km/h}$

♦ **Exercice 6** :

A.1. Évident.

A.2.a $\mathcal{A}_{MEH} = \frac{EO \times MH}{2} = \frac{6 \times 12}{2} = \boxed{36\ cm^2}$.

A.2.b $\mathcal{A}_{MSH} = \frac{SO \times MH}{2} = \frac{4 \times 12}{2} = \boxed{24\ cm^2}$.

A.2.c $\mathcal{A}_{EMSH} = \mathcal{A}_{MEH} - \mathcal{A}_{MSH} = 36 - 24 = \boxed{12\ cm^2}$.

A.3.a Le triangle SOM est rectangle en O. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$SM^2 = MO^2 + OS^2$$
$$SM^2 = 6^2 + 4^2$$
$$SM^2 = 36 + 16$$
$$SM^2 = 52$$
$$\boxed{SM = \sqrt{52}\ cm}$$

A.3.b Le triangle MSH est isocèle en S donc $SM = SH$.
$\mathcal{P}_{MSH} = MH + SH + SM = 12 + \sqrt{52} + \sqrt{52} = 12 + 2 \times \sqrt{52} = \boxed{12 + 2\sqrt{52}}$

B.1. $\mathcal{A}_1 = \frac{MO \times NO}{2} = \frac{6 \times x}{2} = \boxed{3x}$.

B.2. $SN = SO - x = \boxed{4 - x}$.

B.3. On peut considérer que le triangle MSN a pour base $[SN]$ et pour hauteur associée [MO]. Ainsi :

$$\mathcal{A}_2 = \frac{MO \times SN}{2} = \frac{6 \times (4-x)}{2} = \frac{3 \times \cancel{2} \times (4-x)}{\cancel{2}} = \boxed{3(4-x)}$$

B.4.a

$$\begin{array}{rcl} \mathcal{A}_1 & = & 3\mathcal{A}_2 \\ 3x & = & 3 \times 3(4-x) \\ 3x & = & 9(4-x) \\ 3x & = & 36 - 9x \\ 12x & = & 36 \\ x & = & \frac{36}{12} \\ x & = & 3 \end{array}$$

Ainsi, $\mathcal{A}_1 = 3\mathcal{A}_2$ lorsque $\boxed{x = 3}$

B.4.b $\mathcal{A}_1 = 3\mathcal{A}_2$ lorsque $x = 3$ signifie que l'aire du triangle MNO est exactement 3 fois plus grande que celle du triangle MSN lorsque $x = 3$.