

Calculatrice autorisée.

◆ **Exercice 1** : Solution d'une équation, (2 points)

On considère l'équation :

$$2y - 7 = 6y + 4$$

1. Le nombre -2 est-il une solution de cette équation ?
2. Le nombre -2.75 est-il une solution de cette équation ?

◆ **Exercice 2** : Résolution d'équations, (4 points)

Résoudre algébriquement les équations suivantes :

1. $2x - 1 = 4x - 3$
2. $-5x + 12 = 9x - 15$
3. $9x - 1 = 5(x - 5)$
4. $\frac{5}{3}x + 2 = \frac{2}{7}x - 5$

◆ **Exercice 3** : D'après le sujet de Brevet de Limoges, juin 2000, (6 points)

Dans la figure ci-contre, le rectangle $ABCD$ est tel que $AB = 6 \text{ cm}$ et $AD = 3 \text{ cm}$. De plus, F est le milieu du segment $[AB]$.

E et G sont deux points du segment $[DC]$ tels que $DE = GC$.

Pour finir, on pose $DE = x$.

1. Calculer les aires de EFG ; $AFED$ et $FBCG$ lorsque $x = 2$.

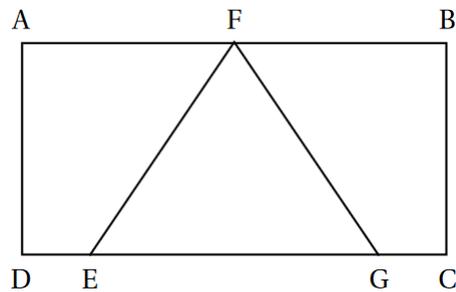
2. Les points D ; E ; G et C doivent rester dans cet ordre. Entre quelles valeurs varie x .

3.a Justifier que $-(9 - 3x) = -9 + 3x$

3.b Exprimer, en fonction de x , l'aire du triangle EFG

3.c En s'aidant de la question 3.a, en déduire les aires de $AFED$ et $FBCG$.

4. Déterminer pour quelle valeur de x le rectangle $ABCD$ est partagé en trois parties égales.



◆ **Exercice 4** : Équations et généralités, (6 points)

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant la réponse.

1. $7 = \frac{52}{7}$ est une équation.
2. Les équations $15m + \frac{1}{2} = 5 + 6m$ et $\frac{1}{2} + 15p = 6p + 5$ ont la même solution ?
3. L'équation $8x = 0$ a pour solution -8 ?
4. Le nombre 3 est la seule solution de l'équation $x^2 = 9$.
5. Aucun nombre n'est solution de l'équation $x^2 = -4$.
6. L'équation $5x + 3 = 15 + 5x$ n'admet aucune solution.

◆ **Exercice 5** : *Un autre problème, (2 points)*

Il y a 28 élèves dans une classe. Le jour où Lucas était absent, il y avait deux fois plus de filles que de garçons.

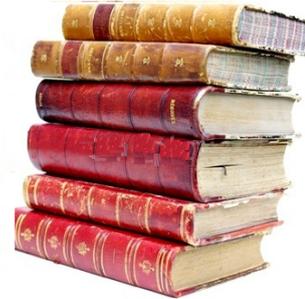
1. Combien y a-t-il de filles dans la classe ?

◆ **Exercice 6** : *Problème ouvert (en Bonus)*

Une pile de livres fait 15 cm de haut.

Elle n'est composée que de livres de 2 cm ou de 3 cm d'épaisseur.

1. Combien peut-il y avoir de livres ? (Donner toutes les possibilités)



–Fin–

Exercice 1 :

Remarque : On peut répondre de plusieurs façons à ces deux questions. La première étant de résoudre algébriquement l'équation $2y - 7 = 6y + 4$ (ce que je ne fais pas ici mais c'est assez simple à faire). La deuxième étant de vérifier si les nombres -2 et -2.75 vérifient l'équation $2y - 7 = 6y + 4$ (ce qui est proposé ci-dessous).

1. Vérifions si -2 est solution de cette équation. D'une part $2 \times (-2) - 7 = -11$ et d'autre part $6 \times -2 + 4 = -8$. Puisque $-11 \neq -8$, -2 n'est pas solution de l'équation $2y - 7 = 6y + 4$.

2. De la même façon, d'une part $2 \times (-2.75) - 7 = -12.5$ et d'autre part $6 \times -2.75 + 4 = -12.5$. Ainsi -2.75 est solution de l'équation $2y - 7 = 6y + 4$.

Exercice 2 :

| | | | |
|--|---|--|--|
| $\begin{array}{l} 1. \quad 2x - 1 = 4x - 3 \\ \quad 2x = 4x - 2 \\ \quad -2x = -2 \\ \quad x = \frac{-2}{-2} \\ \quad x = \boxed{1} \end{array}$ | $\begin{array}{l} 2. \quad -5x + 12 = 9x - 15 \\ \quad -5x = 9x - 27 \\ \quad -14x = -27 \\ \quad x = \frac{-27}{-14} \\ \quad x = \boxed{\frac{27}{14}} \end{array}$ | $\begin{array}{l} 3. \quad 9x - 1 = 5(x - 5) \\ \quad 9x - 1 = 5x - 25 \\ \quad 4x = -24 \\ \quad x = \frac{-24}{4} \\ \quad x = \boxed{-6} \end{array}$ | $\begin{array}{l} 4. \quad \frac{5}{3}x + 2 = \frac{2}{7}x - 5 \\ \quad \frac{5}{3}x = \frac{2}{7}x - 7 \\ \quad \frac{5}{3}x - \frac{2}{7}x = -7 \\ \quad \frac{35}{21}x - \frac{6}{21}x = -7 \\ \quad \frac{29}{21}x = -7 \\ \quad x = \frac{-7 \times 21}{29} \\ \quad x = \boxed{\frac{-147}{29}} \end{array}$ |
|--|---|--|--|

Exercice 3 :

$$1. \quad \mathcal{A}_{EFG} = \frac{EG \times AD}{2} = \frac{2 \times 3}{2} = \boxed{3 \text{ cm}^2}$$

$$\mathcal{A}_{AFED} = \frac{\mathcal{A}_{ABCD} - \mathcal{A}_{EFG}}{2} = \frac{6 \times 3 - 3}{2} = \boxed{7.5 \text{ cm}^2}$$

$$\mathcal{A}_{FBCG} = \mathcal{A}_{AFED} = \boxed{7.5 \text{ cm}^2}$$

2. $0 \leq x \leq 3$ car x est une longueur et que Les points D ; E ; G et C doivent rester dans cet ordre avec $DC = 6 \text{ cm}$.

3.a $-(9 - 3x) = -1 \times (9 - 3x) = -9 + 3x$

3.b Avec $DE = x$ on a : $EG = 6 - 2x$ car $DE = GC = x$.

Ainsi, $\mathcal{A}_{EFG} = \frac{EG \times AD}{2} = \frac{3 \times (6 - 2x)}{2} = \frac{18 - 6x}{2} = \boxed{9 - 3x}$.

3.c $\mathcal{A}_{AFED} = \frac{\mathcal{A}_{ABCD} - \mathcal{A}_{EFG}}{2} = \frac{6 \times 3 - (9 - 3x)}{2} = \frac{18 - (9 - 3x)}{2} = \frac{18 - 9 + 3x}{2} = \boxed{\frac{9 + 3x}{2}}$ d'après la question 3.a

Pour finir, $\mathcal{A}_{FBCG} = \mathcal{A}_{AFED} = \boxed{\frac{9 + 3x}{2}}$.

4. Il s'agit de résoudre l'équation $\mathcal{A}_{EFG} = \mathcal{A}_{AFED}$.

$$\begin{array}{rcl} \mathcal{A}_{EFG} & = & \mathcal{A}_{AFED} \\ 9 - 3x & = & \frac{9 + 3x}{2} \\ 2 \times (9 - 3x) & = & 9 + 3x \\ 18 - 6x & = & 9 + 3x \\ -9x & = & -9 \\ x & = & 1 \end{array}$$

Ainsi, les trois aires sont égales lorsque $x = 1$.

Exercice 4 :

1. L'affirmation " $7 = \frac{52}{7}$ est une équation" est **fausse** car une équation est une égalité avec une ou plusieurs inconnues. Or dans l'égalité $7 = \frac{52}{7}$ il n'y a aucune inconnue, de plus on peut remarquer que cette égalité est fausse car $7 \neq \frac{52}{7}$.

2. L'affirmation "Les équations $15m + \frac{1}{2} = 5 + 6m$ et $\frac{1}{2} + 15p = 6p + 5$ ont la même solution" est **vraie** car

il s'agit des mêmes équations, on a simplement remplacé la lettre m par la lettre p ce qui ne change rien à la valeur de la solution.

3. L'affirmation "L'équation $8x = 0$ a pour solution -8 " est fausse car $8 \times (-8) = -64 \neq 0$.

4. L'affirmation "Le nombre 3 est la seule solution de l'équation $x^2 = 9$ " est fausse car $(-3)^2 = 9$. 3 et -3 sont solutions de cette équation donc 3 n'est pas la seule.

5. L'affirmation "Aucun nombre n'est solution de l'équation $x^2 = -4$ " est vraie car chercher une solution à cette équation revient à chercher un nombre dont le carré est strictement négatif (car $-4 < 0$). Or, il n'existe aucun nombre dont le carré soit strictement négatif, donc il n'existe aucune solution à l'équation $x^2 = -4$.

6. L'affirmation "L'équation $5x + 3 = 15 + 5x$ n'admet aucune solution" est vraie car chercher à résoudre l'équation $5x + 3 = 15 + 5x$ nous fait obtenir l'égalité $3 = 15$ qui est fausse, donc aucun nombre n'est solution de l'équation $5x + 3 = 15 + 5x$.

Exercice 5 :

1. Soit x le nombre de filles dans la classe.

Il y a alors $28 - x$ garçons.

Le jour où Lucas est absent il y a $28 - x - 1 = 27 - x$ garçons.

Le jour où Lucas est absent le nombre de fille (c'est à dire x) est le double du nombre de garçons (c'est à dire $27 - x$), d'où l'équation à résoudre :

$$x = 2 \times (27 - x)$$

Résolution de l'équation $x = 2 \times (27 - x)$:

$$\begin{aligned} x &= 2 \times (27 - x) \\ x &= 54 - 2x \\ 3x &= 54 \\ x &= \frac{54}{3} \\ x &= 18 \end{aligned}$$

Bilan : Nous avons montré que le nombre de filles dans la classe était de 18.

Exercice 6 :

1. Soit x le nombre de livres de hauteur 2 centimètres et y le nombre de livres de hauteur 3 centimètres. Commençons par remarquer que x et y sont des nombres entiers et que $0 \leq y \leq 5$ car si $y \geq 6$ alors la pile sera plus grande que 15 cm. Ainsi, répondre à la question revient à chercher toutes les solutions de l'équation $2x + 3y = 15$ avec $0 \leq y \leq 5$.

Distinguons alors tous les cas :

- Si $y = 0$ alors il s'agit de résoudre l'équation $2x = 15$ d'où $x = 7.5$ ce qui est impossible car x est un nombre entier.
- Si $y = 1$ alors il s'agit de résoudre l'équation $2x + 3 = 15$ d'où $x = 6$.
- Si $y = 2$ alors il s'agit de résoudre l'équation $2x + 6 = 15$ d'où $x = 4.5$ ce qui est impossible car x est un nombre entier.
- Si $y = 3$ alors il s'agit de résoudre l'équation $2x + 9 = 15$ d'où $x = 3$.
- Si $y = 4$ alors il s'agit de résoudre l'équation $2x + 12 = 15$ d'où $x = 1.5$ ce qui est impossible car x est un nombre entier.
- Si $y = 5$ alors il s'agit de résoudre l'équation $2x + 15 = 15$ d'où $x = 0$.

Bilan : On peut avoir :

- soit 1 livre de 3 centimètres et 6 livres de 2 centimètres.
- soit 3 livres de 3 centimètres et 3 livres de 2 centimètres.
- soit 5 livres de 3 centimètres et 0 livre de 2 centimètres.