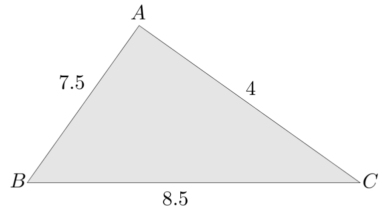
Calculatrice autorisée. La rédaction des réponses fait partie du barême.

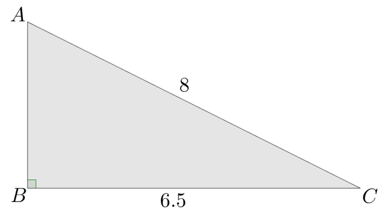
♦ **Exercice 1** : *Réciproque du théorème de Pythagore, (4 points)*

1. Le triangle ci-dessous est-il un triangle rectangle ? (Justifier)



♦ **Exercice 2** : *Théorème de Pythagore, (4 points)*

1. Déterminer la valeur exacte, puis la valeur arrondie au centième, de la distance AB dans le triangle ABC ci-dessous.

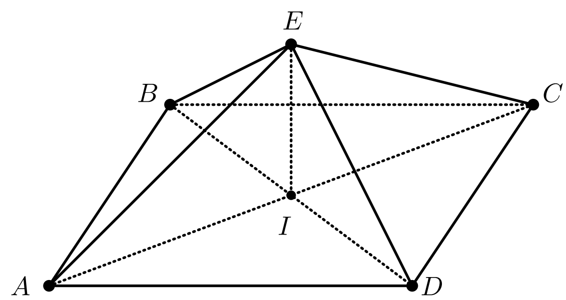


♦ **Exercice 3** : *D'après le sujet de Brevet, juin 1990, Aix-Marseille-Nice-Corse-Toulouse, (8 points)*

On considère une pyramide $ABCDE$ à base rectangulaire $ABCD$ et de sommet E

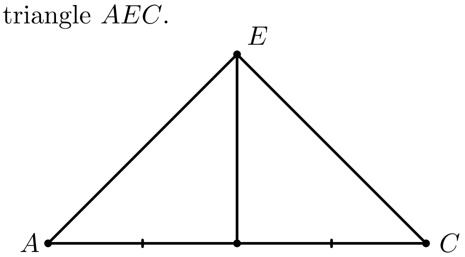
Les diagonales du rectangle $ABCD$ se coupent en leur milieu I.

On donne les dimensions suivantes :
$AB = 6\ cm$; $BC = 12\ cm$; $AE = BE = ED = EC = 8\ cm$



1.a Quelle est la nature du triangle ABC ?
1.b Démontrer que $AC = \sqrt{180}\ cm$.
1.c En admettant que $\sqrt{180} = 6\sqrt{5}$. Justifier que $AI = 3\sqrt{5}$

2. Voici la représentation plane du triangle AEC.



2.a Quelle est la nature du triangle AEC ? En déduire que la droite (EI) est perpendiculaire à la droite (AC).
2.b Calculer la valeur exacte de la longueur IE.

3. Calculer le volume en cm^3 de la pyramide. On en donnera la valeur exacte et une valeur arrondie au dixième.

♦ **Exercice 4** : *Racine carré d'un nombre, (4 points)*

Encadrer entre deux nombres entiers consécutifs les nombres suivants (expliquer par des calculs puis vérifier à la calculatrice) :

a. $\sqrt{5}$ **b.** $\sqrt{40}$ **c.** $\sqrt{\frac{6}{4} + \frac{7}{4}}$ **d.** $\sqrt{8^2 + 20}$

♦ **Exercice 1** :
D'une part on a $BA^2 + AC^2 = 7.5^2 + 4^2 = 72.25$.
D'autre part on a $BC^2 = 8.5^2 = 72.25$.
Puisque $BA^2 + AC^2 = BC^2$ on peut conclure, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, que le triangle ABC est un triangle rectangle en A.

♦ **Exercice 2** :
Le triangle ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore on a :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$8^2 = AB^2 + 6.5^2$
$64 = AB^2 + 42.25$
$AB^2 = 64 - 42.25$
$AB^2 = 21.75$
$\boldsymbol{AB = \sqrt{21.75}}$
$\boldsymbol{AB \approx 4.66}$

♦ **Exercice 3** :
1.a Le triangle ABC est rectangle en B car $ABCD$ est une rectangle.

1.b Le triangle ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore on a :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$AC^2 = 6^2 + 12^2$
$AC^2 = 36 + 144$
$AC^2 = 180$
$\boldsymbol{AC = \sqrt{180}}$

1.c I est le milieu du segment $[AC]$ ce qui donne :
$\boldsymbol{AI = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{180}}{2} = \frac{6\sqrt{5}}{2} = \frac{\cancel{2}\times 3\times\sqrt{5}}{\cancel{2}} = 3\sqrt{5}}$

2.a D'après l'énoncé, $AE = EC$. Le triangle **AEC est alors un triangle isocèle.** .
De plus, on remarquera que $\underbrace{AE^2 + EC^2}_{128} \neq \underbrace{AC^2}_{180}$, donc le triangle AEC n'est pas un triangle rectangle.
Pour finir, I est le milieu du segment $[AC]$ et le triangle AEC est isocèle en E. **(EI) est alors une hauteur** du triangle AEC donc $(EI) \perp (AC)$.

2.b Le triangle AEI est rectangle en I. D'après le théorème de Pythagore on a :
$AE^2 = AI^2 + IE^2$
$8^2 = (3\sqrt{5})^2 + IE^2$
$64 = 3 \times \sqrt{5} \times 3 \times \sqrt{5} + IE^2$
$64 = 9 \times 5 + IE^2$ car $\sqrt{5} \times \sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 = 5$
$64 = 45 + IE^2$
$IE^2 = 64 - 45$
$\boldsymbol{IE = \sqrt{19}}$

3. $\mathscr{V}_{pyramide} = \frac{6\times 12\times\sqrt{19}}{3} = \frac{\cancel{3}\times 2\times 12\times\sqrt{19}}{\cancel{3}} = \boldsymbol{24\sqrt{19}\ cm^3 \approx 104.6\ cm^3}$

♦ **Exercice 4** :
a. $4 < 5 < 9$ donc $\boldsymbol{2 < \sqrt{5} < 3}$
b. $36 < 40 < 49$ donc $\boldsymbol{6 < \sqrt{40} < 7}$
c. $\frac{6}{4} + \frac{7}{4} = \frac{13}{4} = 3.25$ et $1 < 3.25 < 4$ donc $\boldsymbol{1 < \sqrt{\frac{6}{4} + \frac{7}{4}} < 2}$
d. $8^2 + 20 = 64 + 20 = 84$ et $81 < 84 < 100$ donc $\boldsymbol{9 < \sqrt{8^2 + 20} < 10}$