

Calculatrice non autorisée. De plus, en cas d'erreur sur un résultat, le détail des calculs pourra être valorisé.

◆ **Exercice 1** : Puissances entières d'un nombre, (6 points)

Écrire les nombres suivants sous la forme a^n avec a un nombre quelconque et n un nombre relatif.

$$A = 7 \times 7 \times 7 \times 7$$

$$B = (-3) \times (-3) \times (-3)$$

$$C = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5}$$

$$D = \pi \times \pi \times \pi$$

$$E = \frac{6^5}{6^3}$$

$$F = \frac{7^2 \times 7^3}{7^4}$$

$$G = 5^3 \times 2^3$$

$$H = \frac{13^3}{13}$$

◆ **Exercice 2** : Programme de calcul, extrait d'un sujet de Brevet, (4 points)

Calculer les quotients suivants et donner le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée :

Choisir un nombre.
Ajouter 1.
Calculer le carré du résultat obtenu.
Au nouveau résultat, lui soustraire le cube du nombre de départ.
Écrire le résultat.

- Vérifier que si le nombre de départ est 1, on obtient 3 comme résultat final.
- Si le nombre de départ est 2, quel est le résultat final ?
- Si le nombre de départ est -2 , quel est le résultat final ?
- Si le nombre de départ est $-\frac{1}{2}$, quel est le résultat final ?

◆ **Exercice 3** : Puissances de 10,

Donner l'écriture décimale des nombres suivants. (4 points)

$$A = 10^4$$

$$B = 10^{-3}$$

$$C = 10^6$$

$$D = 10^0$$

◆ **Exercice 4** : Écriture scientifique d'un nombre, (4 points)

Donner les écritures scientifiques des nombres suivants.

$$A = 0.021$$

$$B = 123\,456\,789$$

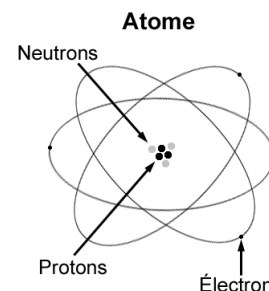
$$C = 0.025 \times 10^{-3}$$

$$D = 0.025\,759 \times 10^{16}$$

◆ **Exercice 5** : Écriture scientifique, application en chimie, (2 points)

En chimie, un atome est constitué d'un noyau concentrant plus de 99.9 % de sa masse, autour duquel se distribuent des électrons pour former un nuage 100 000 fois plus étendu que le noyau lui-même. Le volume d'un atome, représenté approximativement par une sphère, est donc essentiellement vide. Le noyau est constitué de protons, chargés positivement, et de neutrons, électriquement neutres.

- L'électron e^- a une masse de $0.91094 \times 10^{-30} \text{ kg}$.
- Le proton p^+ a une masse de $16726 \times 10^{-31} \text{ kg}$.
- Le neutron n^0 a une masse de $167.49 \times 10^{-29} \text{ kg}$.



- Ranger les masses de ces trois éléments dans l'ordre croissant.

◆ **Exercice 6** : *Bonus*,

- a. Quel est le chiffre des unités de 2013^{2013} ? (*Une indication possible* : $2013 = 3 \times 11 \times 61$)

Calculatrice non autorisée. De plus, en cas d'erreur sur un résultat, le détail des calculs pourra être valorisé.

◆ **Exercice 1** : Puissances entières d'un nombre,

Écrire les nombres suivants sous la forme a^n avec a un nombre quelconque et n un nombre relatif.

$$A = 7 \times 7 \times 7 \times 7$$

$$A = \boxed{7^4}$$

$$B = (-3) \times (-3) \times (-3)$$

$$B = \boxed{(-3)^3}$$

$$C = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5}$$

$$C = \boxed{\left(\frac{3}{5}\right)^4}$$

$$D = \pi \times \pi \times \pi$$

$$D = \boxed{\pi^3}$$

$$E = \frac{6^5}{6^3}$$

$$E = \frac{\cancel{6} \times \cancel{6} \times \cancel{6} \times 6 \times 6}{\cancel{6} \times \cancel{6} \times \cancel{6}}$$

$$E = \boxed{6^2}$$

$$F = \frac{7^2 \times 7^3}{7^4}$$

$$F = \frac{\cancel{7} \times \cancel{7} \times \cancel{7} \times \cancel{7} \times 7}{\cancel{7} \times \cancel{7} \times \cancel{7} \times \cancel{7}}$$

$$F = \boxed{7}$$

$$G = 5^3 \times 2^3$$

$$G = 5 \times 5 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$G = 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2$$

$$G = (5 \times 2)^3$$

$$G = \boxed{10^3}$$

$$H = \frac{13^3}{13}$$

$$H = \frac{\cancel{13} \times 13 \times 13}{\cancel{13}}$$

$$H = \boxed{13^2}$$

◆ **Exercice 2** : Programme de calcul, extrait d'un sujet de Brevet,

a.

Choisir un nombre : 1

Ajouter 1 : $1+1=2$

Calculer le carré du résultat obtenu : $2^2 = 4$

Au nouveau résultat, lui soustraire le cube du nombre de départ : $4 - 1^3 = 4 - 1 = 3$

Écrire le résultat : $\boxed{3}$

b.

Choisir un nombre : 2

Ajouter 1 : $2+1=3$

Calculer le carré du résultat obtenu : $3^2 = 9$

Au nouveau résultat, lui soustraire le cube du nombre de départ : $9 - 2^3 = 9 - 2 \times 2 \times 2 = 9 - 8 = 1$

Écrire le résultat : $\boxed{1}$

c.

Choisir un nombre : -2

Ajouter 1 : $-2+1=-1$

Calculer le carré du résultat obtenu : $(-1)^2 = -1 \times (-1) = 1$

Au nouveau résultat, lui soustraire le cube du nombre de départ : $1 - (-2)^3 = 1 - (-2) \times (-2) \times (-2) = 1 - (-8) = 1 + 8 = 9$

Écrire le résultat : $\boxed{9}$

d.

Choisir un nombre : $-\frac{1}{2}$

Ajouter 1 : $-\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$

Calculer le carré du résultat obtenu : $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$

Au nouveau résultat, lui soustraire le cube du nombre de départ : $\frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{2 \times 2 \times 2}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2+1}{8} = \frac{3}{8}$

Écrire le résultat : $\boxed{\frac{3}{8}}$

◆ **Exercice 3** : Puissances de 10,

Écrire les nombres suivants sous la forme 10^n avec n un nombre relatif.

$$A = \boxed{10\ 000}$$

$$B = \boxed{0.001}$$

$$C = \boxed{1\ 000\ 000}$$

$$D = \boxed{1}$$

◆ **Exercice 4** : Écriture scientifique d'un nombre,

Donner les écritures scientifiques des nombres suivants.

$$A = 0.021$$

$$B = 123\ 456\ 789$$

$$C = 0.025 \times 10^{-3}$$

$$D = 0.025\ 759 \times 10^{16}$$

$$A = \boxed{2.1 \times 10^{-2}}$$

$$B = \boxed{1.23456789 \times 10^8}$$

$$C = 2.5 \times 10^{-2} \times 10^{-3}$$

$$D = 2.5759 \times 10^{-2} \times 10^{16}$$

$$C = \boxed{2.5 \times 10^{-5}}$$

$$D = \boxed{2.5759 \times 10^{14}}$$

◆ **Exercice 5** : Écriture scientifique, application en chimie,

a. On peut passer par les écritures scientifiques de ces trois masses pour faciliter les comparaisons :

- L'électron e^- a une masse de 0.91094×10^{-30} kg = 9.1094×10^{-31} kg.
- Le proton p^+ a une masse de 16726×10^{-31} kg = 1.6726×10^{-27} kg.
- Le neutron n^0 a une masse de 167.49×10^{-29} kg = 1.6749×10^{-27} kg.

Dans l'ordre croissant on a alors : La masse de l'électron puis celle du proton et enfin celle du neutron.

◆ **Exercice 6** : Bonus,

On cherche à savoir quel est le chiffre des unités du nombre 2013^{2013} .

$$2013^{2013} = \underbrace{2013 \times 2013 \times \dots \times 2013}_{2013 \text{ fois}}$$

La question revient alors à savoir quel est le chiffre des unités du nombre $\underbrace{3 \times 3 \times \dots \times 3}_{2013 \text{ fois}}$.

On sait que $2013 = 3 \times 11 \times 61$. Ainsi on peut écrire :

$$\begin{aligned} 3^{2013} &= 2013^{3 \times 11 \times 61} = \underbrace{3^{3 \times 11} \times \dots \times 3^{3 \times 11}}_{61 \text{ fois}} \\ &= (3^{3 \times 11})^{61} \\ &= \underbrace{(3^3 \times \dots \times 3^3)}_{11 \text{ fois}}^{61} \\ &= ((3^3)^{11})^{61} \end{aligned}$$

Or, $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

De la même façon qu'au début du problème il s'agit de connaître le chiffre des unités de 7^{11} (car $27^{11} = \underbrace{27 \times 27 \times \dots \times 27}_{11 \text{ fois}}$).

Or $7^{11} = 7^{10} \times 7 = (7^2)^5 \times 7 = 49^5 \times 7$.

Or, $49^5 \times 7 = \underline{49} \times \underline{49} \times \underline{49} \times \underline{49} \times \underline{49} \times 7$.

Ainsi, encore une fois il s'agit de connaître le chiffre des unités du nombre $9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 7$.

Comme $9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 7 = \underline{81} \times \underline{81} \times \underline{9} \times \underline{7}$, le chiffre des unités de $9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 7$ est le même que celui du nombre $1 \times 1 \times 9 \times 7$. Il s'agit alors d'un 3 car $9 \times 7 = \underline{63}$.

Donc le chiffre des unités de $((3^3)^{11})^{61}$ est le même que celui du nombre 3^{61} .

Or,

$$\begin{aligned}
3^{61} &= \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times \dots \times 3}_{60 \text{ fois}} \times 3 \\
&= \underbrace{(3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times \dots \times (3 \times 3 \times 3 \times 3)}_{\text{il y a 15 fois } (3 \times 3 \times 3 \times 3)} \times 3 \\
&= \underbrace{81 \times \dots \times 81}_{15 \text{ fois}} \times 3 \quad \text{car } (3 \times 3 \times 3 \times 3) = 9 \times 9 = 81
\end{aligned}$$

Le chiffre des unités de 3^{61} est ainsi un **3** car $\underbrace{1 \times \dots \times 1}_{15 \text{ fois}} \times 3 = 3$.

Conclusion : Le chiffre des unités du nombre 2013^{2013} est le même que celui du nombre 3^{61} , il s'agit d'un 3.

Pour information, une simple calculatrice ne peut pas donner l'écriture de 2013^{2013} sous la forme d'un nombre entier. Mais en passant par un ordinateur, on peut l'obtenir, ce qui donne :

2013²⁰¹³ = 43402910257843597948178742074802450697530502122921506639514945515868344853242896407499196
9027916460323440799885489804515249551989778736834406387310021774286773534549906062137867282723069456154
8479218627961799242055093795235169196271253648872814223506282538088511154435038776865699887267043429999
1444842335673723278584460573116158641057238596088047825086308168589339439252403266740929490921056662427
2591281448486638621588537624729633123892568685805649948274898314910771090209845332482086369629030807755
2174988469113726174246825353572770037010615675864400174332009091676414105179463179093986869066775711210
6922349279304120712230243765091952623107418878384554957856559275783063757415991882125843016087675311903
3711162278211202811596941686615338222628072351692348629793997392848823614580500408754222630649862518469
5405005602178143932941588809419094945335520444149281764553038233638167966232533047485518054140285673271
9028585263606878829020405139399624141335848021819762503261679710783974288948959169032926592632231834523
1604443354103005820084400345395477460799257500431328954490678751998953814782178691734243670676868552227
4726470038731669124395576183781433213499002585108895743461467035767109816383700960762532776726565352984
8861732865833248622435071395147326056506563472418135499898094294598098569113435555730860141883299189738
4823212626215937398424256608087262377620658056890269087748361057919730594203896957094572106199511043351
2259175909336713532465156474150484542706597832455744845175049624805439879675906689897994607336807568663
2043562563674114884248394742921221823689372141537888772624234992432414844594543045067416313901009058914
3435676584828201250052339169715681815072247153798011641495017552501531093343046043729587474570699507864
3262427951679795969192917313944399228339085569205815976387264186845716796221207461804957045089796784005
8353913609502106611413276536704079354753783463905338317081192401706571073783214316406256511260074676372
6421727527075631301360277939549317370567904930424591801412773195365896491629145090132415507431158327205
4434216399439153214579160094237210984563390323922942546892601647815670552313840447047615133777323339544
9978542768860106289361422548075386456834801667245266626016303778693045965739726710400392291540788731781
2968660178601647434665190732068583110344641630112063173084927128006642291501614973920892138928101440174
9002006154977699161619973694804989089867487941122617002097220456192856839293262268316137867186514506236
3157892949674556669810043939038944845052072471492717280993072608995181020386346159192372742131969951108
9687226918126750266490962401371495997113868082924989834151494159204279482207217364085332639307986169797
3266819561473817333840800980332795291363938631618579871405571474060500149670167556196501683931520990085
4025028999624218017762247239197385499526634897589741627531614432465938708558042936393625549643032925358
7563814084191377024790232004674304898357063298475761979238367060243340241130557250107121854009339331711
5375269657358682514565188108724526972135572274232016119723592171352430591881531433479017186299778242953

6256783274662654999590093839921191322670563769010971707256814571475731303465586696297406635449987486973
7901325220347758631091344055508092043422568309753410083976747308258846536986101230100054901888210896005
1019283326673756539935746720200573482669472942956666406524308714363731782329477812737771375617911117068
2024684511946605347238383581839210391720930917510959724654130925674391262690618897765188714893926352680
5002557096552091207543643271462453569317541715331044615699100981861961570674226294830001180905309654307
6581721617033226399555146278800353557373063294069332929649310321458378311093058886607315543322743581010
6755248877817850171585792585639022521416984443259485372250390151263397611965120815093801582806331520274
2479795361105857235207034129425755060652661550816589805803011679368754292800411094564761959511087969376
0125010172564130091214965181000729017815123808796400899043364309604281960389484694314118888491392711928
8968087618794923894404206560664075385792771314648895968635320230152594691700055827806022586470282462743
9120531165352228745873340308585610906410017115583836988815352593519290620347211917818431460254364209625
6325528114616775472846519801169018873606745949753820502671129368220286968445776609494406275622656119153
7827335444016160114991651180762013532630197545236708252320244050653227525036649970989753784796471981509
7907504237827079206423376474212147503191236659647316068577069920519988003951849147335754388043336129439
5397631566014053410270451214685139413124567463125407515671155909643741771329854657218637713984530106905
992374589053208822240186035807871330890656106105123437327755175017172898305897180924358152014726650125
3235057195970178100590873873279888452865719545932136580857905297373419506192606986851730108147342903288
9275829212336871580800438290926973867851134974160881812981916047654163724370728434476540705780066260420
638632335584539156517601641339964505066571588440453466755760650011826555686767183631853544247994199245
1900697787054372666794099910414321576216373420823539178061131174789496875554297918505327620754916298328
4081821808738710278235124573964546759597051301023366403330795359635119840261436942759715464194341366854
358235880879272522301141522685470157962854212245206828045535539001360808179298964462922202978343495042
5781156954326704374153528725252407457264448139014106537611135054293760701738882829642799963890824743324
2119745804821208623138176742813035820525874307361045894224140505474969642880651651106531433124685361944
9653258917994620980004033565690794432472528611201166061332799642328794031609845327960351266590855620586
1225275018135015219049768504352601490849921081282830770595869340256518108508263878436067366776575705336
1230994975399201914349890342779684231229118642149813590052696257381516290663696455699056934610243998179
7959278466268755497489981567890414852495379335300087840107062047889334419915632241633354646325157492530
6120750026589163178969684171855340897149389400615883885500734260910118754935738734671836002352561658311
8066028810640415442168692111782293216503502584851434834998451378486575921348517695295380767430827978505
3518602864713202120997023551027214350690434229072383981932754884589626710943717729882420590257487434622
4070661374399378376872305871480139456597641370740349301792281347059864287597213219309402001850043354053
4214681847561485584857700396192008957008952769631728138517425208459087454174940425764209952498765095153
0299155264235228687972395563086711168741863683117076232049172680179246614906461907140861286035091130757
5605141649214559880588165837452257467644992652607699910859255148784738253.

Le chiffre des unités est effectivement un 3.