I. Proportionnalité et produits en croix :

Définition 1

Un tableau est un tableau de proportionnalité lorsqu'il existe un seul et unique nombre, non nul, permettant de passer d'une ligne à l'autre par une multiplication.

Exemple :

Nombre de sacs	6	12	15
Masse en kg	9	18	22.5

$6 \times x = 9$ donc $x = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1.5$
Et $1.5 \times 12 = 18$; $15 \times 1.5 = 22.5$.
Le tableau suivant est un tableau de proportionnalité, le coefficient de proportionnalité associé à ce tableau est 1.5.

On remarquera également que le nombre $\frac{1}{1.5} = \frac{2}{3}$ est le coefficient permettant de passer de la deuxième à la première ligne.

Proposition 1 (*Produit en croix*)

On considère que le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité.

Pour $\begin{array}{|c|c|}\hline a & b \\ \hline c & d \\ \hline\end{array}$ *on a que :* $b = \frac{a \times d}{c}$

Exemple : Combien font 2.3 heures en heures et minutes ?

heure	1	0.3
minutes	60	x

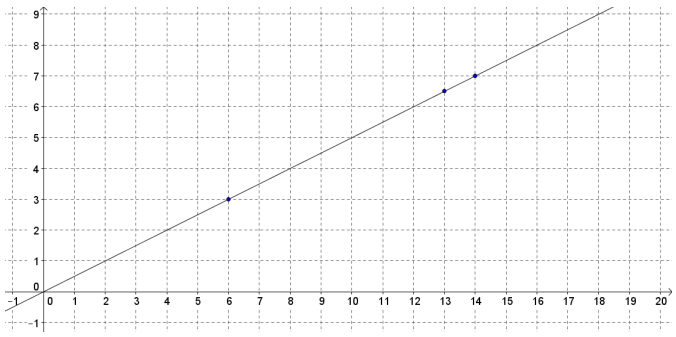
A l'aide du produit en croix on a : $x = \frac{0.3 \times 60}{1} = 18\ min$. Ainsi, $2.3\ h = 2\ h\ 18\ min$

II. Proportionnalité et représentations graphiques :

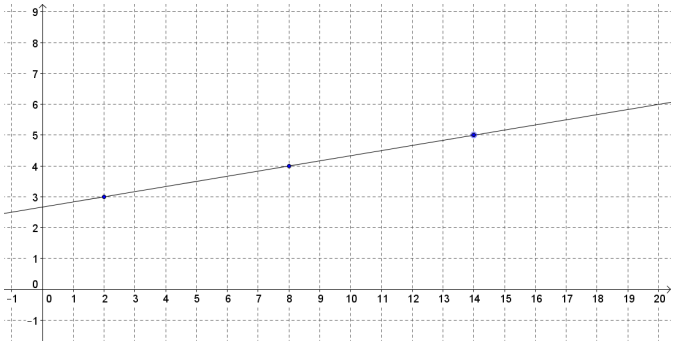
Proposition 2

1) Si la représentation graphique d'une situation est une droite passant par l'origine alors il s'agit d'une situation de proportionnalité.
2) Si on a une situation de proportionnalité alors sa représentation graphique est une droite passant par l'origine.

Situation de proportionnalité



Situation de non proportionnalité



III. Pourcentage dans la réunion de deux groupes :

Exemple : Dans un premier groupe de 5 personnes, 20% sont des femmes. Dans un second goupe de 10 personnes, 50% sont des femmes. Quel est le pourcentage total de femmes ?

Dans le premier groupe il y a $\frac{20}{100} \times 5 = 1$ femme. *(ou* $\frac{5}{5} = 1$ *femme)*

Dans le second groupe, il y a $\frac{50}{100} \times 10 = 5$ femmes. *(ou* $\frac{10}{2} = 5$ *femmes)*

En tout, il y a $1 + 5 = 6$ femmes pour un total de $5 + 10 = 15$ personnes.

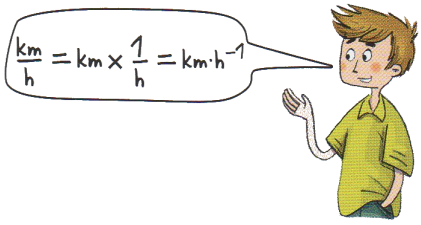
Le pourcentage de femmes, lors de la réunion des deux groupes est alors de $\frac{6}{15} \times 100 = 40\%$.

IV. Vitesse moyenne :

1. Proportionnalité et vitesse moyenne :

Définition 2

Notons respectivement v; d et t la vitesse moyenne sur une trajet de distance d pendant une durée t.
1) On a l'égalité $v = \frac{d}{t}$



Exemple 1 : *Calcul d'une vitesse moyenne,*
Un automobiliste parcourt 350 km en 5 h. Quelle est sa vitesse moyenne ?

1ère Méthode : 350 km en 5 h donc en 1 h il réalise : $\frac{350}{5} = 70$ d'où une vitesse moyenne de 70 km/h

2ème Méthode : $v = \frac{d}{t}$ donc $v = \frac{350}{5} = 70\ km/h$

Exemple 2 : *Calcul d'une distance,*
Un automobiliste a parcouru son trajet en 3 h à la vitesse moyenne de 68 $km.h^{-1}$. Quel distance a-t-il parcouru ?

1ère Méthode : 68 km/h revient à faire 68 km en 1 h. Donc en 3 h il fait 3 fois plus de kilomètres : $68 \times 3 = 204\ km$.

2ème Méthode : $v = \frac{d}{t}$ donc $68 = \frac{d}{3}$ donc $d = 68 \times 3 = 204\ km$.

Exemple 3 : *Calcul d'une durée,*
Un camioneur parcourt 252 km à la vitesse moyenne de 56 $km.h^{-1}$. Combien de temps dure son parcours ?

1ère Méthode : 56 km/h revient à faire 56 km en 1 h. De plus, $\frac{252}{56} = 4.5$: Il lui faut donc 4.5 fois plus de temps qu'1 heure soit 4.5 h soit 4 h 30 min.

2ème Méthode : $v = \frac{d}{t}$ donc $56 = \frac{252}{t}$ donc $\frac{56}{1} = \frac{252}{t}$ donc $t = \frac{252 \times 1}{56} = 4.5\ h$ (à l'aide du produit en croix) soit 4 h 30 min.

2. Changement d'unités de vitesse :

Exemple : Pour exprimer 12.6 $km.h^{-1}$ en mètre par seconde ($m.s^{-1}$), on peut procéder ainsi :

$$\begin{array}{rcl} 12.6\ km & \longrightarrow & 1 \text{ heure} \\ 12\ 600\ m & \longrightarrow & 3600 \text{ secondes} \\ 12\ 600\ m & \longrightarrow & 3600 \text{ secondes} \\ \frac{12\ 600}{3600} = 3.5\ m & \longrightarrow & 1 \text{ seconde} \end{array}$$

Ainsi, 12.6 $km.h^{-1} = 3.5\ m.s^{-1}$