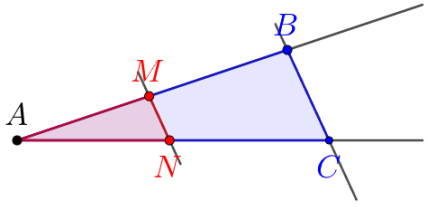
I. Théorème de Thalès :

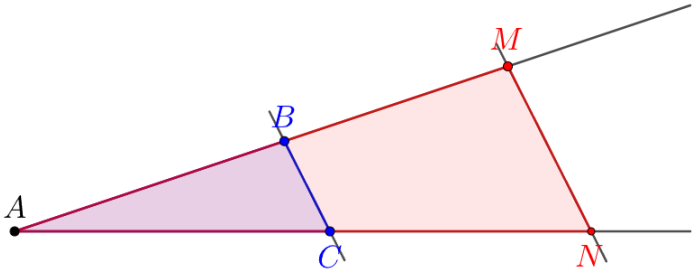
Théorème 1 (*Théorème de Thalès*)

Soit ABC un triangle et M et N deux points distincts tels que $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$.

Si $(MN)//(BC)$ alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Illustration :Ci-dessous, les triangles ABC et AMN sont emboîtés et $(BC)//(MN)$.





Lien avec la proportionnalité : En présence d'une configuration de Thalès, le tableau suivant est un tableau de proportionnalité.

Longueur des côtés du triangle ABC	AB	AC	BC
Longueur des côtés du triangle AMN	AM	AN	MN

Ainsi $AM = k \times AB$; $AN = k \times AC$ et $MN = k \times BC$

Proposition 1

En gardant les notations ci-dessus.
Si $k < 1$ alors AMN est un agrandissement du triangle ABC.
Si $k > 1$ alors AMN est une réduction du triangle ABC.

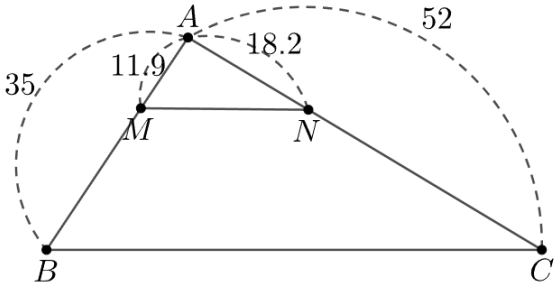
II. Une conséquence du théorème de Thalès :

Proposition 2

Soient ABC un triangle, M et N deux points tels que $M \in [AB)$ et $N \in [AC)$.
Si $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$ alors les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.

Exemple :

M et N sont respectivement des points des côtés $[AB]$ et $[AC]$ du triangle ABC.
D'une part $\frac{AM}{AB} = \frac{11.9}{35} = 0.34$.
D'autre part $\frac{AN}{AC} = \frac{18.2}{52} = 0.35$
Puisque $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$, les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.



III. Réciproque du théorème de Thalès :

Proposition 3

Soient ABC un triangle, M et N deux points tels que $M \in [AB)$ et $N \in [AC)$.
Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

IV. Agrandissement/réduction :

Définition 1

Agrandir ou réduire une figure, c'est construire une figure de même forme en multipliant les longueurs de la figure initiale par un nombre k strictement positif.

Proposition 4

Soit k un rapport d'agrandissement ou de réduction
1) Si $k > 1$ alors il s'agit d'un agrandissement.
2) Si $0 < k < 1$ alors il s'agit d'une réduction.
3) Si $k = 1$ alors il s'agit d'une reproduction.

V. Effets des agrandissements et réductions sur les longueurs et les angles :

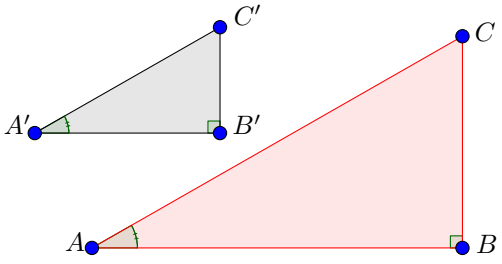
Proposition 5

On considère un agrandissement ou une réduction de rapport k.
1) Les longueurs sont multipliées par k.
2) Les mesures des angles sont conservées.

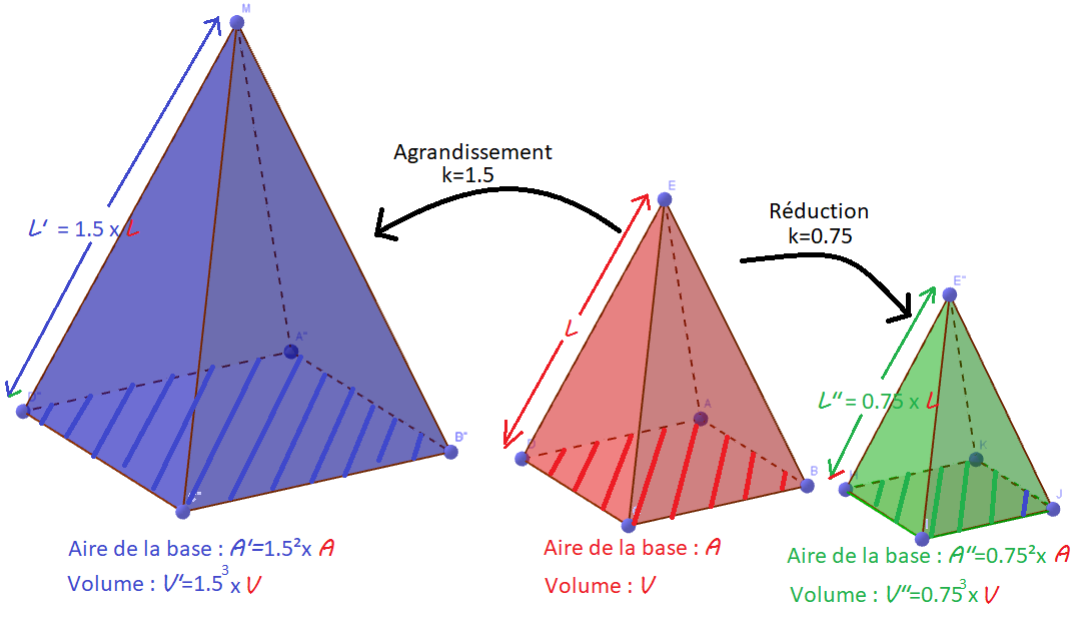
Exemple :

$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = 2.$

Ainsi, ABC est un agrandissement de $A'B'C'$ dans le rapport 2. Ou encore, $A'B'C'$ est une réduction de ABC dans le rapport $\frac{1}{2}$.
De plus, $\widehat{CAB} = \widehat{C'A'B'}$.
Également, $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'} = 90°$



VI. Effets des agrandissements et réductions sur les aires et les volumes :

Proposition 6

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k.
1) Les longueurs sont multipliées par k.
2) Les aires sont multipliées par k^2.
3) Les volumes sont multipliés par k^3.