I. Situation de proportionnalité :

Définition 1

Une situation où l'on étudie deux grandeurs est dite de proportionnalité lorsqu'on obtient les valeurs prises par une grandeur en multipliant par un même nombre, non nul, les valeurs prises par l'autre grandeur. Ce nombre est appelé coefficient de proportionnalité.

Exemples :

• Situation de proportionnalité

1 kg de pommes coûte 2.60 euros. Pour 5 kg de ces pommes on va payer $5 \times 2.6 = 13$ euros. Ici, le coefficient de proportionnalité est 2.6

• Situation de non-proportionnalité

L'âge et la taille d'une personne ne sont pas deux grandeurs proportionnelles. Ce n'est pas parce qu'on est deux fois plus vieux qu'on sera deux fois plus grand.

II. Calculer une quatrième proportionnelle :

Définition 2

Dans un tableau de proportionnalité, où l'on connaît trois nombres non nuls, le quatrième nombre manquant est appelé quatrième proportionnelle.

Exemple : Le prix, en euros, de cerises, est proportionnel à leur masse, en kg. On sait que 4 kilos coûtent 11.20 euros. Voici les quatre méthodes, déjà étudiées en 6^{eme}, pour déterminer la quatrième proportionnelle, notée x dans le tableau ci-contre. On cherche le prix pour 6 kg.

4	6
11.20	x

❶ Coefficient de proportionnalité

4	6
11.20	x

×2.8

$11.20 \div 4 = 2.8$
et $x = 2.8 \times 6 = 16.8$

❷ Multiplication d'une quantité

×1.5

4	6
11.20	x

$6.4 \div 4 = 1.5$
$x = 11.20 \times 1.5 = 16.8$

❸ Passage à l'unité

Pour 4 kg on paie 11.20 euros, donc pour 1 kg, on paie 4 fois moins, soit 2.80 euros (car $11.20 \div 4 = 2.80$)
Pour 6 kg on paie 6 fois plus que pour 1 kg, soit 16.80 euros (car $6 \times 2.8 = 16.8$)

❹ Addition de quantités

+

4	2	6
11.2	5.60	x

$4 + 2 = 6$ et $11.20 + 5.60 = 16.80$ donc $x = 16.80$
Ainsi, le prix de 6 kg de cerises est de 16.80 euros.

III. Calculer un pourcentage :

Proposition 1

Prendre $k\%$ d'un nombre c'est multiplier ce nombre par $\frac{k}{100}$.

Exemple : 72% de 130 euros font : $\frac{72}{100} \times 130 = 0.72 \times 130 = 93.6$ euros.

Remarque : Pour calculer mentalement certains pourcentages il est bon de savoir que :

50% revient à diviser par 2
25% revient à diviser par 4
10% revient à diviser par 10
1% revient à diviser par 100

IV. Partage d'une quantité selon un ratio :

1. Partage en deux parts selon un ratio donné :

Définition 3

Soient a et b deux nombres positifs non nuls.
Dire que deux nombres sont dans le ratio $a : b$ (se lit "a pour b") signifie que ces deux nombres sont proportionnels à a et b.

Exemple : Les nombres 14 et 21 sont dans le ratio 2 : 3 car $\frac{14}{2} = \frac{21}{3} = 7$
Ainsi, le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité

2	3	$\times 7$
14	21	

Proposition 2

Soient a et b deux nombres positifs non nuls.
Les deux parts (part 1 et part 2) en lesquelles on partage une quantité (i.e. quantité = part 1 + part 2) selon le ration $a : b$ vérifient :

$$\frac{part\ 1}{a} = \frac{part\ 2}{b} = \frac{quantité}{a+b}$$

Exemple : On partage 15 jetons entre Liv et Aya selon le ratio 2 : 3.
À chaque fois que Liv reçoit 2 jetons, Aya en reçois 3.
À chaque tour, on distribue ainsi 5 jetons ($2 + 3 = 5$).
- Après 3 tours, Liv reçoit $2 \times 3 = 6$ jetons.
- Après 3 tours, Aya reçoit $3 \times 3 = 9$ jetons.
- Après 3 tours, 15 jetons ont été distribués.

On vérifie que $\frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{15}{2+3} = 3$

2. Partage en trois parts selon un ratio donné :

Définition 4

Soient a,b et c trois nombres positifs non nuls.
Dire que trois nombres sont dans le ratio $a : b : c$ signifie que ces trois nombres sont proportionnels à a, b et c.

Exemple : Les nombres 4, 12 et 20 sont dans le ratio 1 : 3 : 5 car $\frac{4}{1} = \frac{12}{3} = \frac{20}{5} = 4$
Ainsi, le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité

1	2	3	$\times 4$
4	14	21	

Proposition 3

Soient a, b et c trois nombres positifs non nuls.
Les trois parts (part 1, part 2 et part 3) en lesquelles on partage une quantité (i.e. quantité = part 1+part 2+part 3) selon le ration $a : b : c$ vérifient :

$$\frac{part\ 1}{a} = \frac{part\ 2}{b} = \frac{part\ 3}{c} = \frac{quantité}{a+b+c}$$

V. Échelles :

Définition 5

L'échelle d'un plan est le coefficient de proportionnalité permettant de passer des distances réelles aux distances sur le plan. Il est défini par : $\frac{distance\ sur\ le\ plan}{distance\ réelle}$

Exemple : Une maquette de bateau est réalisée à l'échelle $\frac{1}{20}$. Il mesure $4,8\ m$ dans la réalité. Quelle est la longueur de la maquette ?
L'échelle $\frac{1}{20}$ signifie que $1\ cm$ sur la maquette représente $20\ cm$ dans la réalité, autrement dit la maquette est fois plus petite que le bateau réel.
Ce bateau a une longueur de $4,8\ m$ dans la réalité soit $480\ cm$.
La maquette a alors une longueur de $\frac{480}{20} = 24\ cm$